9 Déterminer les limites suivantes.

1. $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{-2}{x-1}$; $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{-2}{x-1}$.

2. $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{-2x^3}{x^2-1}$; $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{-2x^3}{x^2-1}$.

3. $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{-3}{x^2-3x+2}$; $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{-3}{x^2-3x+2}$.

4. $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\sqrt{1+x^2}}{x}$; $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\sqrt{1+x^2}}{x}$.

10 Dans chacun des cas suivants, déterminer le prolongement par continuité de la fonction f en x_0.

1. $f:x\mapsto\dfrac{x^3+3x^2-2x-4}{x+1}$, $x_0=-1$.

2. $f:x\mapsto\dfrac{1-\sqrt{2}\cos x}{4x-\pi}$, $x_0=\dfrac{\pi}{4}$.

3. $f:x\mapsto\dfrac{\cos(4x)-1}{x^2}$, $x_0=0$.

11 Dans chacun des cas suivants, étudier la limite de la fonction f.

1. $f:x\mapsto\cos\left(\dfrac{\pi x+1}{x}\right)$ en $-\infty$.

2. $f:x\mapsto\sin\left(\dfrac{3}{\sqrt{x}}\right)$ en $+\infty$.

3. $f:x\mapsto\dfrac{\sin\left(x^2\right)}{x}$ en 0^+.

12 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x)=\dfrac{1-\cos x}{x}$.

1. Déterminer $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.

2. Déterminer $\lim\limits_{x\to 0} f(\sin x)$, $\lim\limits_{x\to 0} f(1-\cos x)$.

13 Dans chacun des cas suivants, à l'aide des théorèmes de comparaison, étudier la limite en 0 de f.

1. $f:x\mapsto x\sin\left(\dfrac{2}{x}\right)$.

2. $f:x\mapsto 1+x^2\sin\left(\dfrac{2}{x}\right)$.

3. $f:x\mapsto\dfrac{1}{x}+\sin\left(\dfrac{2}{x}\right)$.

14 Dans chacun des cas suivants, à l'aide des théorèmes de comparaison, étudier les limites en $+\infty$ et en $-\infty$ de la fonction f.

1. $f:x\mapsto\dfrac{1+\cos x}{x}$.

2. $f:x\mapsto\dfrac{1+\cos x}{\sqrt{|x|}}$.

3. $f:x\mapsto\dfrac{x+x\cos x}{x^4+x^2+3}$.

15 1. Montrer que pour tout réel x, $\dfrac{1}{3}\le\dfrac{1}{2-\sin x}\le 1$.

2. En déduire le comportement en $+\infty$ des fonctions $x\mapsto\dfrac{x}{2-\sin x}$ et $x\mapsto\dfrac{x+\sin x}{2-\sin x}$.

16 Soit la fonction $f:x\mapsto\dfrac{x\cos x}{x^2+1}$.

1. Trouver un réel $M>0$ tel que $|xf(x)|\le M$, pour tout réel x.

2. En déduire le comportement de f en $-\infty$ et $+\infty$.

17 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x)=\dfrac{1}{x}\left(2-\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)\right)$.

1. a. Montrer que pour tout $x>0$, $f(x)\ge\dfrac{1}{x}$.

b. En déduire $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$.

2. a. Montrer que pour tout $x<0$, $f(x)\le\dfrac{1}{x}$.

b. En déduire $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$.